

一般入学選考 A 数学 (1日目)

【問題1】

(1) 3つの数 99, 198, 363 の最大公約数を求めなさい。

(2) $(x-4)(x+4)-6x$ を因数分解しなさい。

(3) $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ とするとき, $x+y$ の値を求めなさい。

(4) $\frac{x-5}{2} - \frac{x}{3} \leq 4$ を解きなさい。

(5) $a < b$ のとき, $5a-8$ と $5b-8$ の大小関係を不等式で表しなさい。

【問題 2】

放物線 $C: x^2 - 4x - 5$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) C の頂点の座標を求めなさい。
- (2) C と直線 $y = -x - 5$ の共有点の座標を求めなさい。
- (3) 原点を O とし、 C が y 軸と交わる点を A 、放物線の頂点を B とする。このとき、 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
- (4) $-5 \leq x \leq 2$ の範囲で、 y の最大値と最小値を求めなさい。

【問題 3】

四角形 $ABCD$ において、 $AB=AD=2$ 、 $\angle A=90^\circ$ 、 $\angle B=75^\circ$ 、 $\angle D=135^\circ$ のとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) BD の長さを求めなさい。
- (2) CD の長さを求めなさい。
- (3) 四角形 $ABCD$ の面積を求めなさい。
- (4) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

なお、必要であれば $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 、 $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ を用いてもよい。

【問題 4】

壺の中に赤玉が5個、白玉が3個、青玉が1個入っています。壺から玉を1個ずつ、3個続けて取り出す試行をおこなう場合、以下の問いに答えなさい。

- (1) 取り出した玉を戻さない条件で、3回続けて白玉を取り出す確率を求めよ。
- (2) 取り出した玉を戻さない条件で、3回玉を取り出したときに青玉が含まれている確率を求めよ。
- (3) 取り出した玉を戻す条件で、3回続けて青玉を取り出す確率を求めよ。
- (4) 取り出した玉を戻す条件で、3回玉を取り出したときに青玉が含まれている確率を求めよ。

【問題1 解答】

(1) $99 = 3^2 \times 11$

$198 = 2 \times 3^2 \times 11$

$363 = 3 \times 11^2$

よって、 $3 \times 11 = 33$ ……(答)

(2) $x^2 - 6x - 16 = (x - 8)(x + 2)$ ……(答)

(3) $\frac{2(\sqrt{3}+1)+2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = 2\sqrt{3}$ ……(答)

(4) $\frac{3(x-5)-2x}{6} \leq 4$ より、

$x \leq 39$ ……(答)

(5) $a < b$ のとき、両辺を5倍し、8を引いても不等号の向きは変わらないことから、

$5a - 8 < 5b - 8$ ……(答)

【問題2 解答】

(1) $(x - 2)^2 - 9$ より、

頂点の座標は、 $(2, -9)$ ……(答)

(2) $-x - 5 = x^2 - 4x - 5$

$x(x - 3) = 0$

よって、 $(0, -5), (3, -8)$ ……(答)

(3) $x = 0$ のとき、 $y = -5$ より、三角形の頂点の座標は $(0, 0), (0, -5), (2, -9)$ となり、その面積は $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$ ……(答)

(4) $x = -5$ のとき $y = 0$ 、 $x = 2$ のとき $y = -7$

よって、最大値0、最小値-7……(答)

【問題3 解答】

(1) $AB = AD = 2, \angle A = 90^\circ$ より、 $\triangle ABD$ は二等辺三角形となるため、

$$BD = 2\sqrt{2} \dots\dots (\text{答})$$

(2) $\triangle ABD$ は二等辺三角形なので、 $\angle ABD = \angle ADB = 45^\circ$

$$\text{よって、} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \dots\dots (\text{答})$$

(3) 四角形 $ABCD$ の面積は、 $\triangle ABD$ と $\triangle BCD$ の面積を足し合わせたものなので、

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} = 2\left(1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \dots\dots (\text{答})$$

(4) 点 C から AB に垂線を下ろし、交わった点を M とすると、

$$\angle MCB = 15^\circ$$

よって $\triangle ABC$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times AB \times CM = \frac{1}{2} \times AB \times BC \cos 15^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{6+2\sqrt{3}}{3} = \frac{6+2\sqrt{3}}{3} \dots\dots (\text{答})$$

【問題4 解答】

$$(1) \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{84} \dots\dots (\text{答})$$

(2) 3回連続で赤玉か白玉を取り出す確率は、

$$\frac{8}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{2}{3}$$

よって、3回取り出したときに青玉が含まれている確率は、

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$(3) \left(\frac{1}{9}\right)^3 = \frac{1}{729} \dots\dots (\text{答})$$

$$(4) 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^3 = \frac{217}{729} \dots\dots (\text{答})$$