

一般選抜 前期 数学 (1日目)

【問題1】

次の問いに答えよ。

(1) $(5x + x^2 - 1)(x^2 + 5x + 2)$ を展開せよ。

(2) $(x + y - 3)(x + y + 4) + 6$ を因数分解せよ。

(3) $\sqrt{2} + 1$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a + \frac{4}{b}$ の値を求めよ。

(4) 次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} 2x - 3 > 4x + 1 \\ 4(x + 1) < 3x + 1 \end{cases}$$

(5) 次の方程式を解け。

$$|x - 10| = 2$$

【問題 2】

2次関数 $f(x) = -x^2 + bx + c$ のグラフが、点 $(1, 4)$ を頂点とする放物線であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定数 b 、 c の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ（共有点は2つある）。
- (3) $f(x)$ のグラフと y 軸との交点と $f(x)$ のグラフの頂点を結ぶ直線の式を求めよ。
- (4) $0 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値、最小値とそのときの x の値を求めよ。

【問題 3】

円に内接する四角形 ABCD がある。AB = 3、BC = 4、AD = 4、 $\angle ABC = 120^\circ$ のとき、次の値を求めよ。

- (1) 対角線 AC の長さ
- (2) 辺 CD の長さ
- (3) 四角形 ABCD の面積 S

【問題4】

高校生 120 人に好きなスポーツについて調査したところ、その結果は以下のとおりであった。

- ・野球が好きと答えた生徒は 45 人
- ・サッカーが好きと答えた生徒は 40 人
- ・ラグビーが好きと答えた生徒は 33 人
- ・野球もサッカーも好きと答えた生徒は 20 人
- ・野球もラグビーも好きと答えた生徒は 14 人
- ・サッカーもラグビーも好きと答えた生徒は 10 人
- ・野球もサッカーもラグビーも好きと答えた生徒は 4 人

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 野球は好きだが、サッカーは好きではないという生徒は何人が求めよ。
- (2) ラグビーは好きだが、野球は好きではないという生徒は何人が求めよ。
- (3) 野球、サッカー、ラグビーのいずれかが好きな生徒は何人が求めよ。
- (4) 野球、サッカー、ラグビーのいずれも好きではない生徒は何人が求めよ。また、それは調査した生徒の何%にあたるか求めよ。

【問題 1 解答】

(1)

$$\begin{aligned}
 (5x + x^2 - 1)(x^2 + 5x + 2) &= (x^2 + 5x - 1)(x^2 + 5x + 2) \\
 &= \{(x^2 + 5x) - 1\}\{(x^2 + 5x) + 2\} \\
 &= (x^2 + 5x)^2 + (x^2 + 5x) - 2 \\
 &= x^4 + 10x^3 + 25x^2 + x^2 + 5x - 2 \\
 &= x^4 + 10x^3 + 26x^2 + 5x - 2 \cdots \cdots \text{(答)}
 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
 (x + y - 3)(x + y + 4) + 6 &= \{(x + y) - 3\}\{(x + y) + 4\} + 6 \\
 &= (x + y)^2 + (x + y) - 12 + 6 \\
 &= (x + y)^2 + (x + y) - 6 \\
 &= \{(x + y) + 3\}\{(x + y) - 2\} \\
 &= (x + y + 3)(x + y - 2) \cdots \cdots \text{(答)}
 \end{aligned}$$

(3)

$1 < \sqrt{2} < 2$ であるから $\sqrt{2}$ の整数部分は1、

$\sqrt{2} + 1$ の整数部分は $a = 1 + 1 = 2$ となる。

小数部分は $b = \sqrt{2} + 1 - 2 = \sqrt{2} - 1$

$$\text{よって、} a + \frac{4}{b} = 2 + \frac{4}{\sqrt{2}-1} = 2 + 4(\sqrt{2} + 1) = 4\sqrt{2} + 6 \cdots \cdots \text{(答)}$$

(4)

$$\begin{cases} 2x - 3 > 4x + 1 \\ 4(x + 1) < 3x + 1 \end{cases}$$

$$2x < -4 \text{ より } x < -2$$

$$4x + 4 < 3x + 1 \text{ より } x < -3$$

$$\text{よって、} x < -3 \cdots \cdots \text{(答)}$$

(5)

$$|x - 10| = 2$$

$$x - 10 = \pm 2$$

よって、 $x = 8, 12 \dots \dots$ (答)

【問題 2 解答】

(1)

$$\begin{aligned} & \text{頂点の座標が}(1, 4)\text{より } f(x) = -(x - 1)^2 + 4 \\ & = -(x^2 - 2x + 1) + 4 = -x^2 + 2x - 1 + 4 = -x^2 + 2x + 3 \end{aligned}$$

よって、 $b = 2, c = 3 \dots \dots$ (答)

(2)

x 軸との共有点なので、 $f(x) = -x^2 + 2x + 3 = 0$ とおいてこれを解くと
 $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$(x + 1)(x - 3) = 0 \text{ となる。}$$

よって、求める x 座標は $x = -1, 3 \dots \dots$ (答)

(3)

y 軸との交点は $f(0) = 3$ より $(0, 3)$

$$(0, 3) \text{ と } (1, 4) \text{ の 2 点を結ぶ直線の方程式は } y - 3 = \frac{4-3}{1-0}(x - 0)$$

よって、 $y = x + 3 \dots \dots$ (答)

(4)

この関数は上に凸の 2 次関数であり、定義域は $0 \leq x \leq 4$ なので、

$x = 1$ のとき、最大値 4

$x = 4$ のとき、最小値 -5

をとる。…… (答)

【問題 3 解答】

(1)

$\triangle ABC$ において余弦定理により、

$$AC^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos 120^\circ$$

$$= 9 + 16 - 24\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 25 + 12 = 37$$

$$AC > 0 \text{ より } AC = \sqrt{37} \cdots \cdots \text{ (答)}$$

(2)

四角形 ABCD は円に内接するから、

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

よって、 $\angle ADC = 60^\circ$

$CD = x$ とおくと、 $\triangle ADC$ において余弦定理により、

$$37 = 4^2 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x - 7)(x + 3) = 0$$

$$x > 0 \text{ より、 } x = 7$$

$$\text{よって、 } CD = 7 \cdots \cdots \text{ (答)}$$

(3)

四角形 ABCD の面積 $S = \triangle ABC + \triangle ADC$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ$$

$$6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 14 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \cdots \cdots \text{ (答)}$$

【問題 4 解答】

(1)

野球が好きという人数から、野球もサッカーも好きという人数を引くと

$$45 - 20 = 25 \quad 25 \text{ 人} \cdots \cdots (\text{答})$$

(2)

ラグビーが好きという人数から、野球もラグビー好きという人数を引くと

$$33 - 14 = 19 \quad 19 \text{ 人} \cdots \cdots (\text{答})$$

(3)

野球、サッカー、ラグビーが好きという人数から、それぞれ 2 つだけが好きという人数を引き、3 つとも好きという人数を足すと

$$45 + 40 + 33 - 20 - 14 - 10 + 4 = 78 \quad 78 \text{ 人} \cdots \cdots (\text{答})$$

(4)

全体の人数からいずれかが好きという人数を引けば求まるので

$$120 - 78 = 42 \quad 42 \text{ 人} \cdots \cdots (\text{答})$$

$$\frac{42}{120} \times 100 = 35 \quad 35\% \cdots \cdots (\text{答})$$