

一般選抜 前期 数学 (1日目)

【問題1】

- (1) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$ の分母を有理化しなさい。
- (2) $(a+2b-c)(a-2b-c) - (a-b-c)(a+2b-c)$ を展開しなさい。
- (3) $x^2 - y^2 + 8y - 16$ を因数分解しなさい。
- (4) $|x-3| + |x+1| < 6$ を解きなさい。
- (5) $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ の整数部分を a とし、小数部分を b とするとき、 $a^2 - b^2 - 4b - 6$ の値を求めなさい。

【問題 2】

放物線 $C: y = 2x^2 + 4x - 6$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) C の頂点の座標を求めなさい。
- (2) C と直線 $y = -2x - 10$ の共有点の座標を求めなさい (共有点は 2 つあります)。
- (3) 原点を O とし、 C が y 軸と交わる点を A 、放物線の頂点を B とする。このとき、 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
- (4) $-3 \leq x \leq 3$ の範囲で、 y の最大値と最小値を求めなさい。また、そのときの x の値も求めなさい。

【問題 3】

円に内接する三角形 ABC について、 $AB=5$ 、 $CA=4$ 、 $\cos A = \frac{3}{4}$ である。また、点 A を含まない弧 \widehat{BC} を 2 等分する点を D としたとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) BC の長さを求めなさい。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。
- (3) 外接円の半径を求めなさい。
- (4) BD の長さを求めなさい。

【問題 4】

壺の中に赤玉が 4 個、白玉が 4 個、青玉が 1 個入っています。壺から玉を 1 個ずつ、3 個続けて取り出す試行をおこなう場合、以下の問いに答えなさい。

- (1) 取り出した玉を戻さない条件で、3 回続けて白玉を取り出す確率を求めなさい。
- (2) 取り出した玉を戻さない条件で、3 回玉を取り出したときに青玉が含まれている確率を求めなさい。
- (3) 取り出した玉を戻す条件で、3 回続けて白玉を取り出す確率を求めなさい。
- (4) 取り出した玉を戻す条件で、3 回玉を取り出したときに青玉が含まれている確率を求めなさい。

【問題 1 解答】

(1)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1} &= \frac{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - 1)^2 - 2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{2}}{4 - 2\sqrt{3} - 2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{2}}{2 - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{3} - 1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{3})}{2 - 6} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 3 - 1 - \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6}}{-4} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2} - 2}{4} \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} (a + 2b - c)(a - 2b - c - a + b + c) &= -b(a + 2b - c) \\ &= -ab - 2b^2 + bc \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 8y - 16 &= x^2 - (y - 4)^2 \\ &= (x + y - 4)(x - y + 4) \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

(4) $x > 3$ のとき

$$\begin{aligned} |x - 3| + |x + 1| &< 6 \\ x - 3 + x + 1 &< 6 \\ 2x &< 8 \\ x &< 4 \end{aligned}$$

このことから、 $3 < x < 4$ である。

$-1 \leq x \leq 3$ のとき

$$|x - 3| + |x + 1| < 6$$

2021 年度入試一般前期(1 日目)「数学」解答

$$-x + 3 + x + 1 < 6$$

$$4 < 6$$

この範囲で不等式は常に成り立つ。

$x < -1$ のとき

$$-x + 3 - x - 1 < 6$$

$$-2x + 2 < 6$$

$$x > -2$$

このことから、 $-2 < x < -1$ である。

以上より、

$$-2 < x < 4 \cdots \cdots (\text{答})$$

(5)

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2$$

であるから、 $4 < \frac{1}{\sqrt{5}-2} < 5$ となり、整数部分 $a = 4$ となる。小数部分 $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2} - 4 = \sqrt{5} - 2$ である。

$$a^2 - b^2 - 4b - 6 = a^2 - b(b+4) - 6$$

$$= 4^2 - (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}-2+4) - 6$$

$$= 16 - (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) - 6$$

$$= 16 - 5 + 4 - 6$$

$$= 9 \cdots \cdots (\text{答})$$

【問題 2 解答】

(1) $y = 2(x + 1)^2 - 8$ より、 $(-1, -8)$ ……(答)

(2) $2x^2 + 4x - 6 = -2x - 10$

$2(x + 1)(x + 2) = 0$ より、共有点の x 座標は -1 と -2

$x = -1$ のとき、 $y = 2 - 10 = -8$

$x = -2$ のとき、 $y = 4 - 10 = -6$

よって、 $(-1, -8)$ 、 $(-2, -6)$ ……(答)

(3) $OA=6$ 、 OA を底辺としたときの $\triangle OAB$ の高さは 1

よって、 $\frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 3$ ……(答)

(4) 最大値は $x = 3$ のとき、 $y = 18 + 12 - 6 = 24$ ……(答)

最小値は $x = -1$ のとき、 $y = -8$ ……(答)

【問題 3 解答】

(1) 余弦定理より

$$BC^2 = AB^2 + CA^2 - 2AB \cdot CA \cos A$$

$$= 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{3}{4}$$

$$= 25 + 16 - 30$$

$$= 11$$

したがって、 $BC = \sqrt{11}$ ……(答)

(2) $\cos A = \frac{3}{4}$ であることから A は鋭角である。したがって、

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{9}{16}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}}{4}$$

△ABC の面積を S とすると

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2} AB \cdot CA \cdot \sin A \\
 S &= \frac{1}{2} 5 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \\
 &= \frac{5\sqrt{7}}{2} \dots\dots (\text{答})
 \end{aligned}$$

(3) 外接円の半径を R とすると

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} \\
 \frac{5\sqrt{7}}{2} &= \frac{5 \cdot \sqrt{11} \cdot 4}{4 \cdot R} \\
 R &= \frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{7}} \\
 &= \frac{2\sqrt{77}}{7} \dots\dots (\text{答})
 \end{aligned}$$

(4) 四角形 ABCD は円に内接しているので、 $\angle D = 180^\circ - \angle A$ であり、 $\cos D = -\cos A$ となる。また、 D は弧 BC を半分にする点であることから、 $BD=DC$ である。

余弦定理より

$$BC^2 = BD^2 + DC^2 - 2BD \cdot DC \cos D$$

$$11 = 2BD^2 + 2BD^2 \frac{3}{4}$$

$$22 = 7BD^2$$

$$BD = \frac{\sqrt{154}}{7} \dots\dots (\text{答})$$

【問題 4 解答】

$$(1) \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{21} \dots\dots (\text{答})$$

2021 年度入試一般前期(1 日目)「数学」解答

$$(2) 1 - \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{1}{3} \cdots \cdots (\text{答})$$

$$(3) \left(\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{64}{729} \cdots \cdots (\text{答})$$

$$(4) 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^3 = \frac{217}{729} \cdots \cdots (\text{答})$$